Алгоритмы и структуры данных

Лекция 4. Алгоритмы сортировки (прочие).

(c) Глухих Михаил Игоревич, glukhikh@mail.ru

Аттестация 2 из 3: упражнения

- Решения задач из учебного проекта

Учебный проект

- https://github.com/Kotlin-Polytech/Algorithms-2019
- Интегрирован в систему Котоед (Algorithms 2019)
- Примеры к лекциям + задачи
- 6 уроков (1-3, 5-7)
- Задачи можно решать на Kotlin или Java

Аттестация 2 из 3: упражнения

- Решения задач из учебного проекта
- Состав уроков
  1. Задачи на сортировку
  2. Общие задачи на построение алгоритмов
  3. Задачи на деревья
  4. Пока отсутствует
  5. Задачи на графы
  6. Задачи на динамическое программирование
  7. Задачи на эвристические алгоритмы

Аттестация 2 из 3: упражнения

- Решения задач из учебного проекта
- Требования к количеству
  - Минимум: по одной задаче из трёх уроков
  - Норма: по две задачи из четырёх уроков
  - Оптимум: по две задачи из пяти-шесть уроков

Аттестация 2 из 3: упражнения

- Решения задач из учебного проекта
- Требования к решению
  - Код (в приличном стиле)
  - В комментарии (обязательно)
    - Оценка трудоёмкости
    - Оценка ресурсоёмкости – можно опустить, только если O(1)
  - Тесты **каждой** из следующих групп:
    - Обычные случаи
    - Краевые случаи (мало данных, нестандартный ответ и т.п.)
    - Длинные (на производительность)
    - В некоторых задачах могут уже быть тесты всех групп **(не во всех)**
    - **Обязательно** дописать к тестам задачи **хотя бы одну** проверку
  - Тесты должны проходить

Аттестация 2 из 3: упражнения

- Решения задач из учебного проекта
- Требования к датам
  - 8 декабря 23:59 – момент, когда приём задач **заканчивается**
    - 1 декабря – рассылка с текущим положением дел
  - 20 октября 23:59 – заканчивается приём задач уроков 1-2, далее принимаются только уроки 3 и 5-7
    - 13 октября – рассылка с текущим положением дел

Аттестация 2 из 3: упражнения

- Решения задач из учебного проекта
- Процесс
  - Делать по десять итераций мы не будем (одна-две это максимум)
  - В последнюю неделю перед дедлайном замечаний для исправления уже не будет

Аттестация 2 из 3: упражнения

- Решения задач из учебного проекта
- От чего зависит оценка
  - Количество и сложность задач
    - Из каждого урока оцениваются две самые сложные задачи
  - Качество кода + Качество алгоритма
  - Правильность оценки алгоритма
  - Полнота тестов

Intentionally left blank

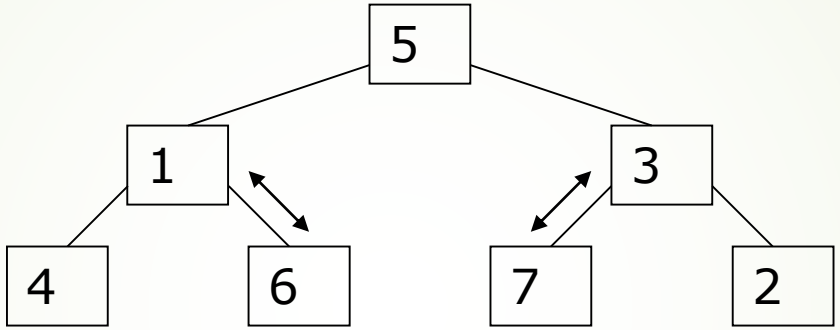
Сложные сортировки

- Сортировка слиянием
- Быстрая сортировка (сортировка Хоара)
- **Сортировка двоичной кучей (пирамидальная)**

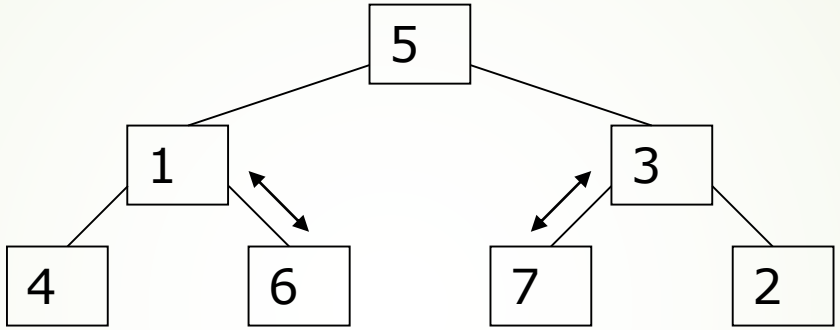
Сортировка двоичной кучей (вид бинарного дерева)

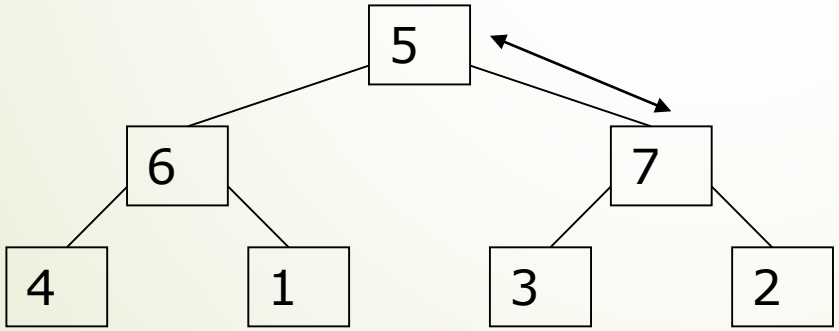
1. Подготовка (просеивание) – вершина дерева должна быть больше любого элемента в поддеревьях
2. Выбор – выкидываем вершину
3. Повтор – переходим к 1 с меньшим количеством вершин

Сортировка двоичной кучей – подготовка

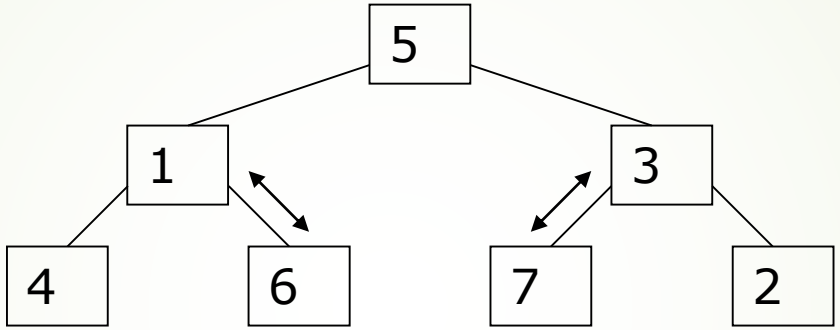


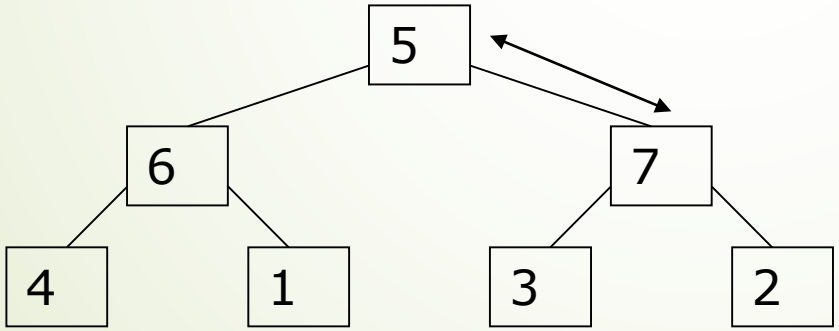
Сортировка двоичной кучей – подготовка

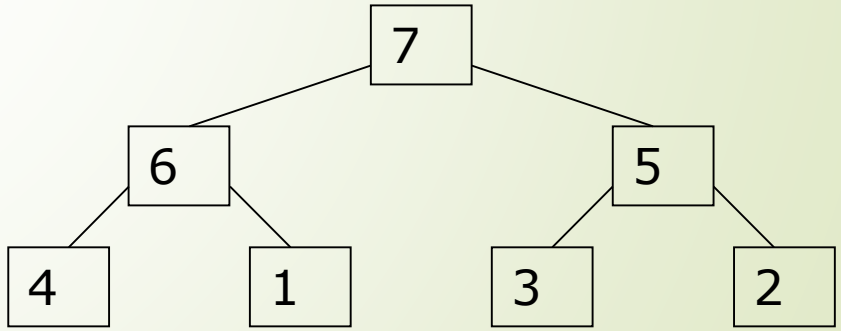




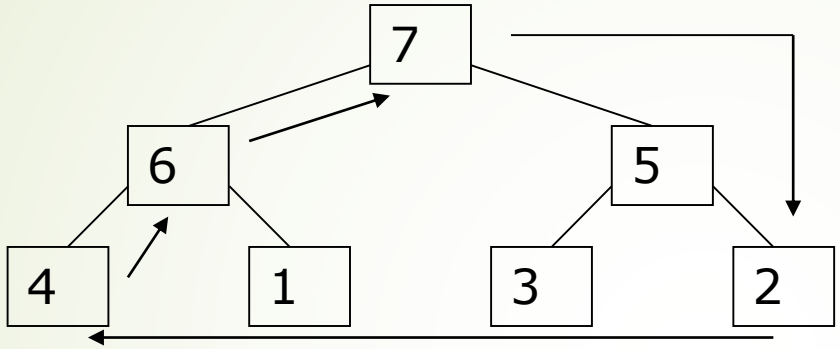
Сортировка двоичной кучей – подготовка



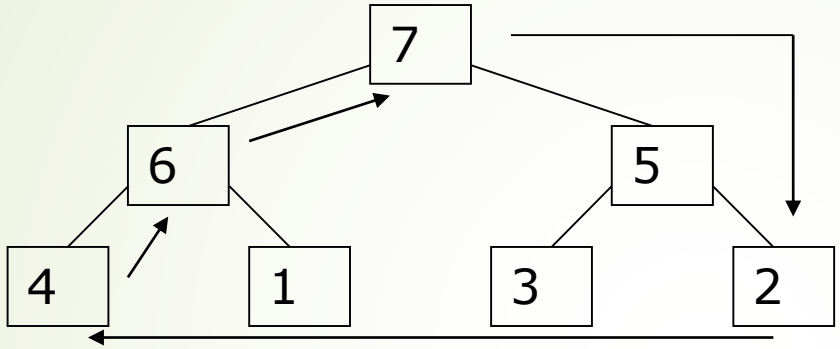


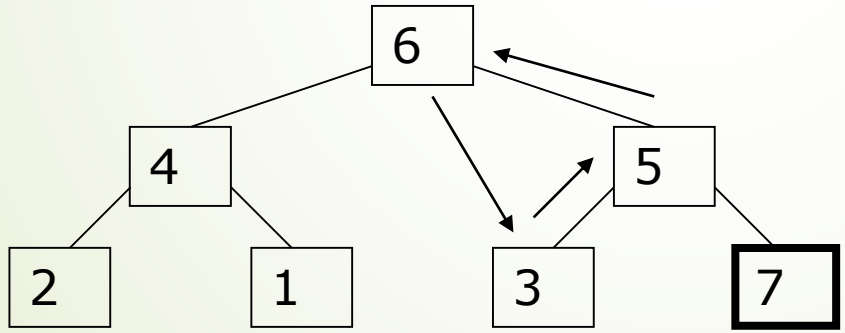


Сортировка двоичной кучей – выбор

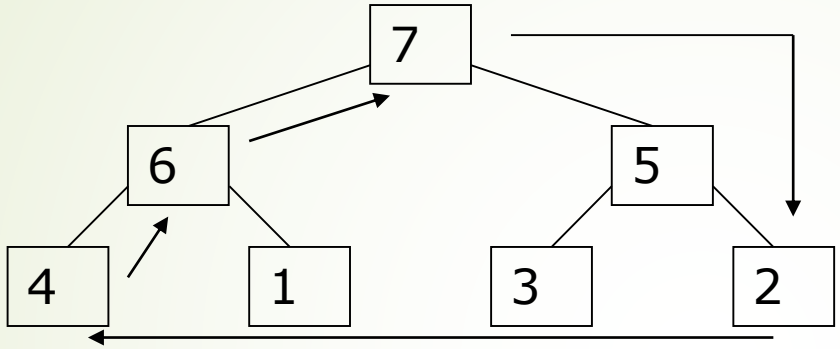


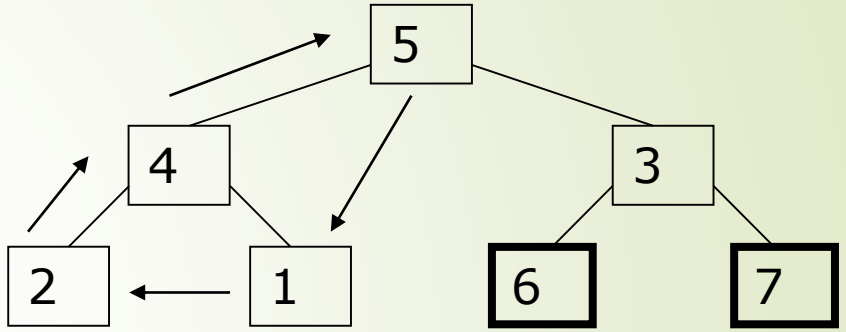
Сортировка двоичной кучей – выбор

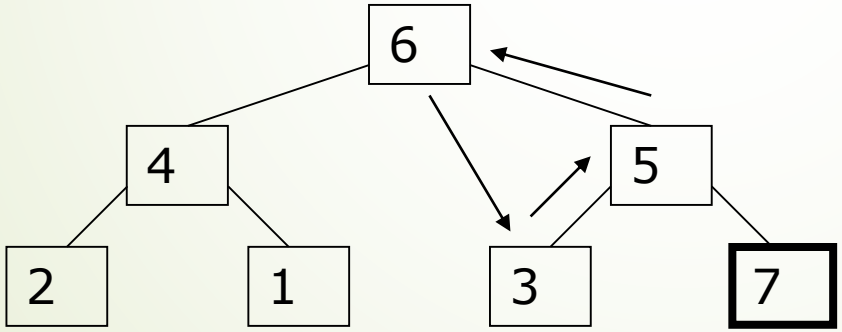




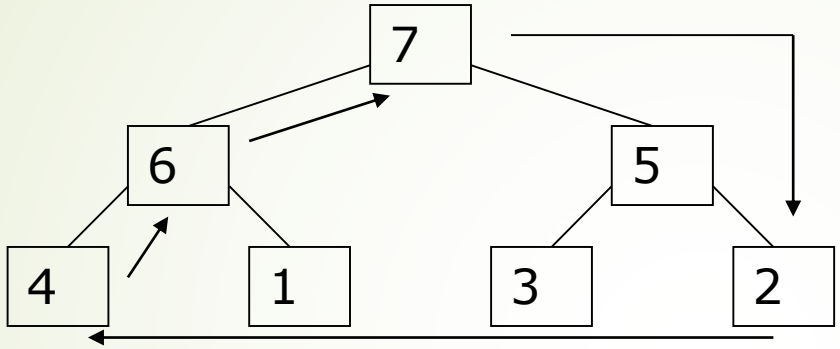
Сортировка двоичной кучей – выбор

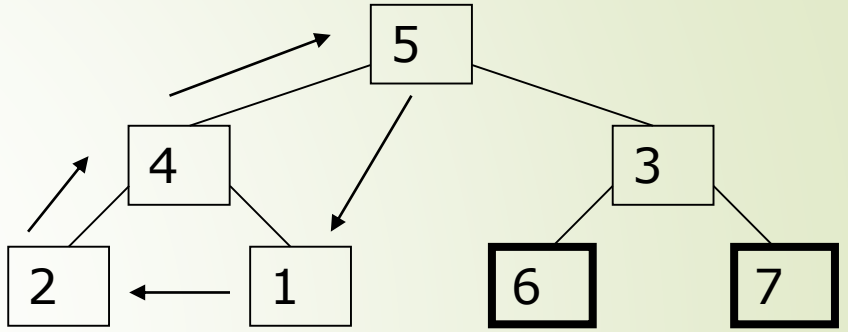


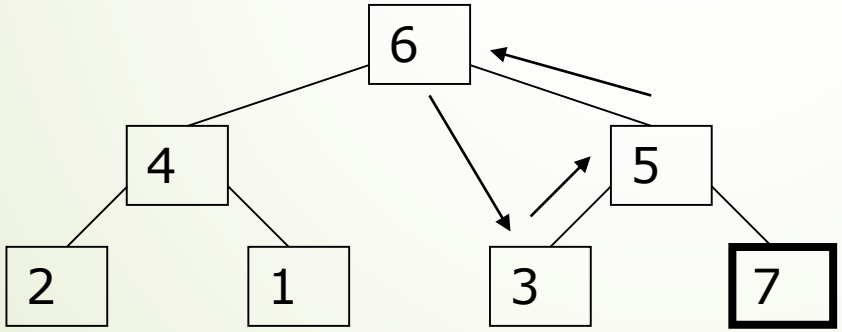


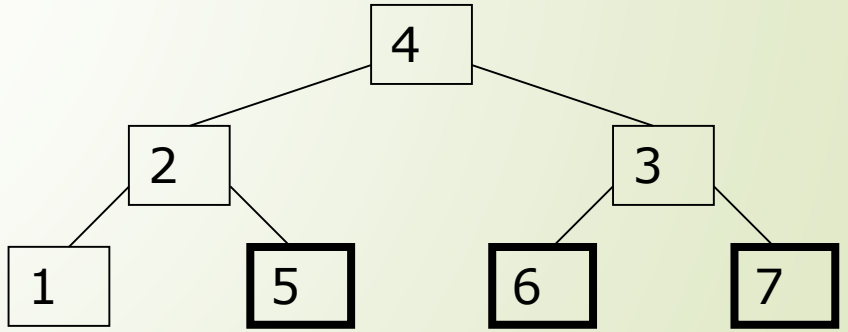


Сортировка двоичной кучей – выбор

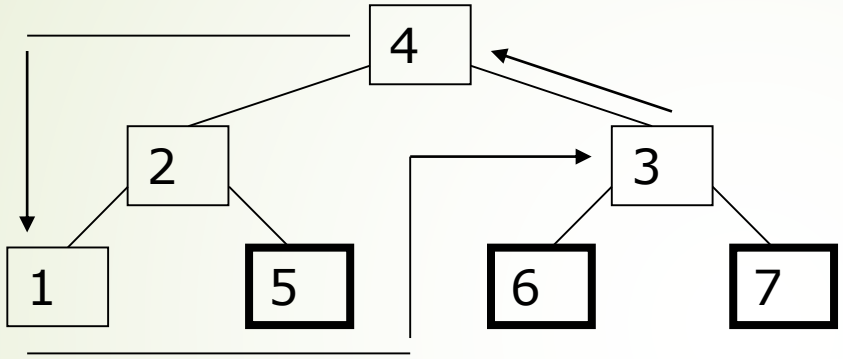




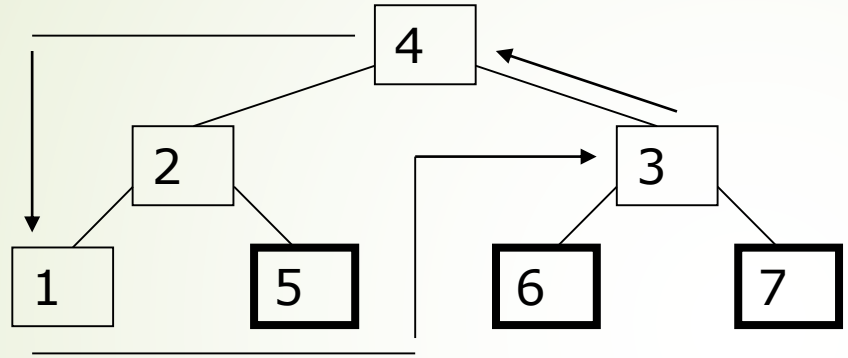


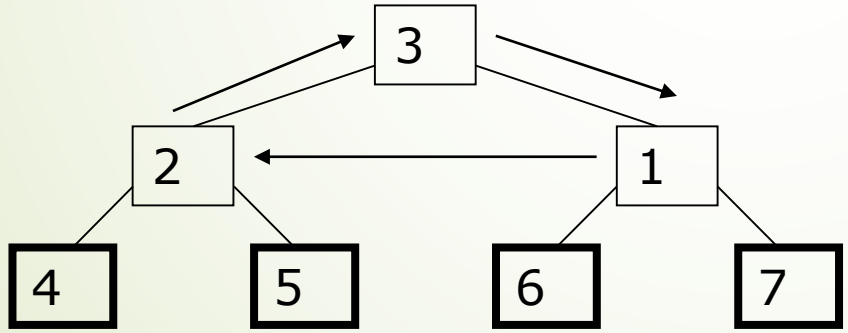


Сортировка двоичной кучей – выбор

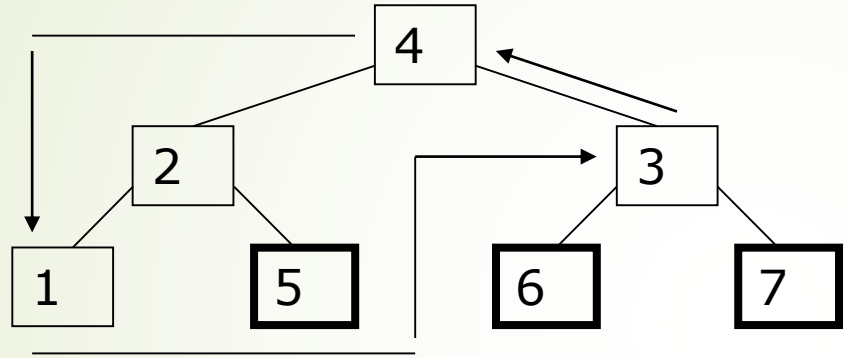


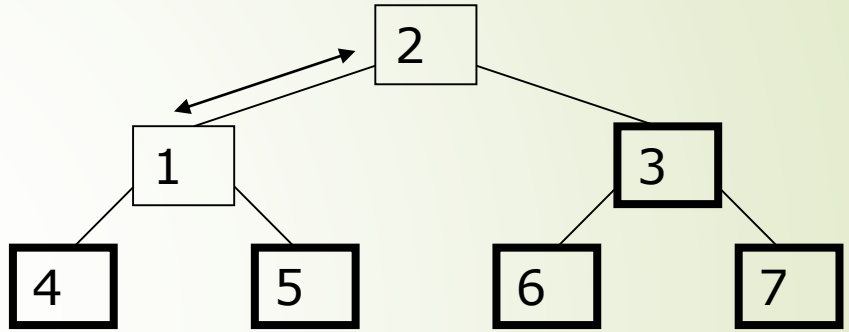
Сортировка двоичной кучей – выбор

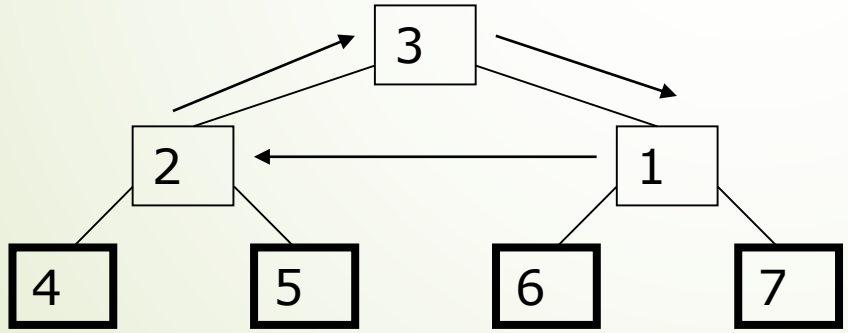




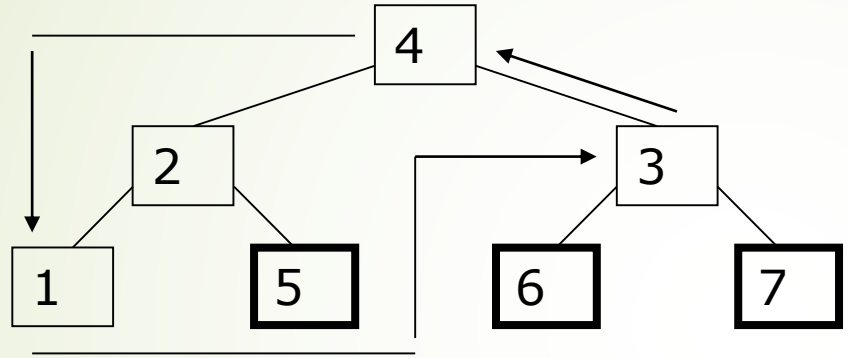
Сортировка двоичной кучей – выбор

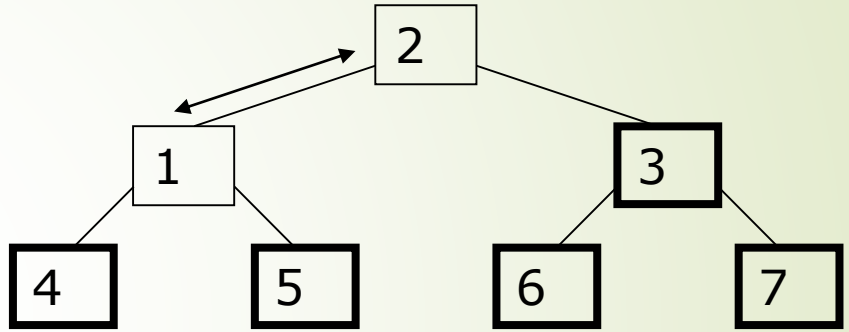


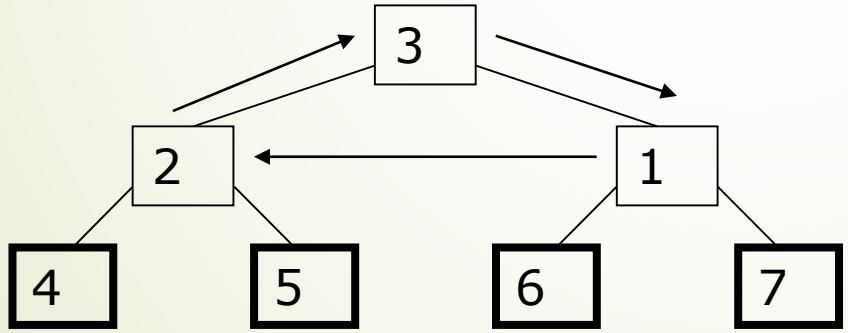


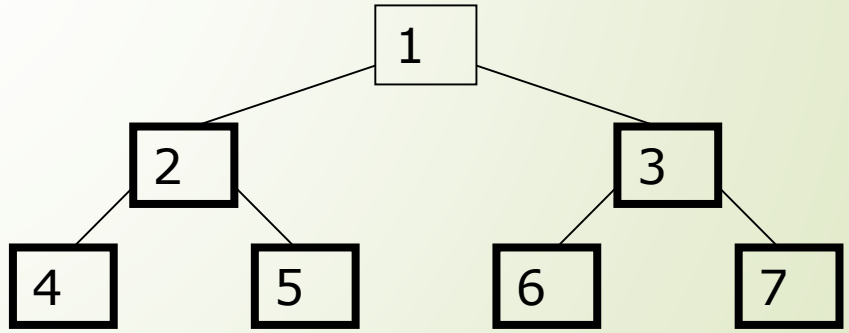


Сортировка двоичной кучей – выбор



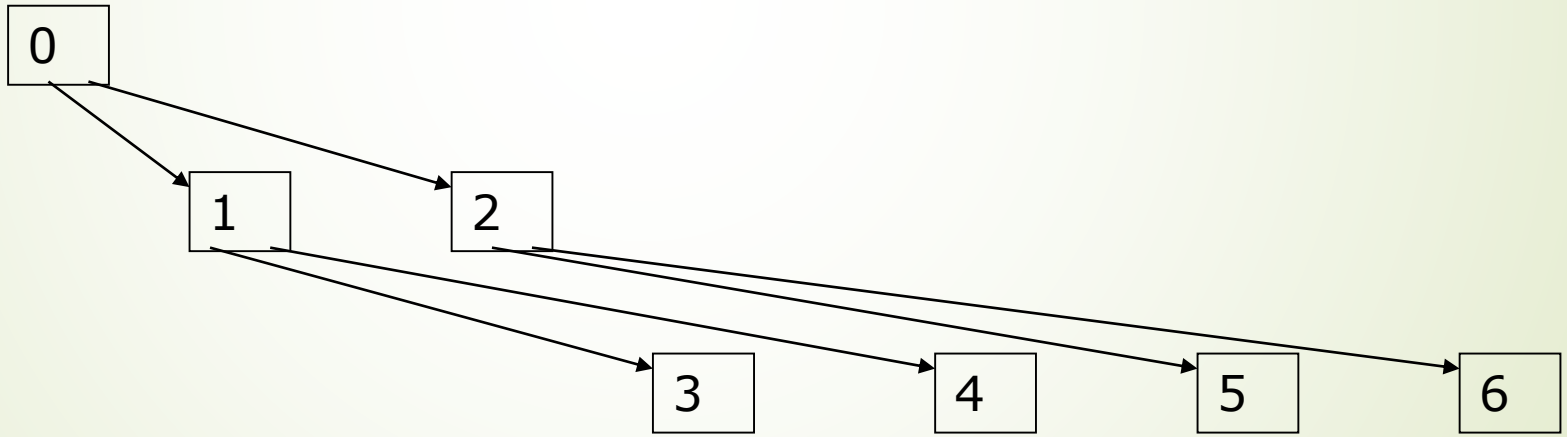






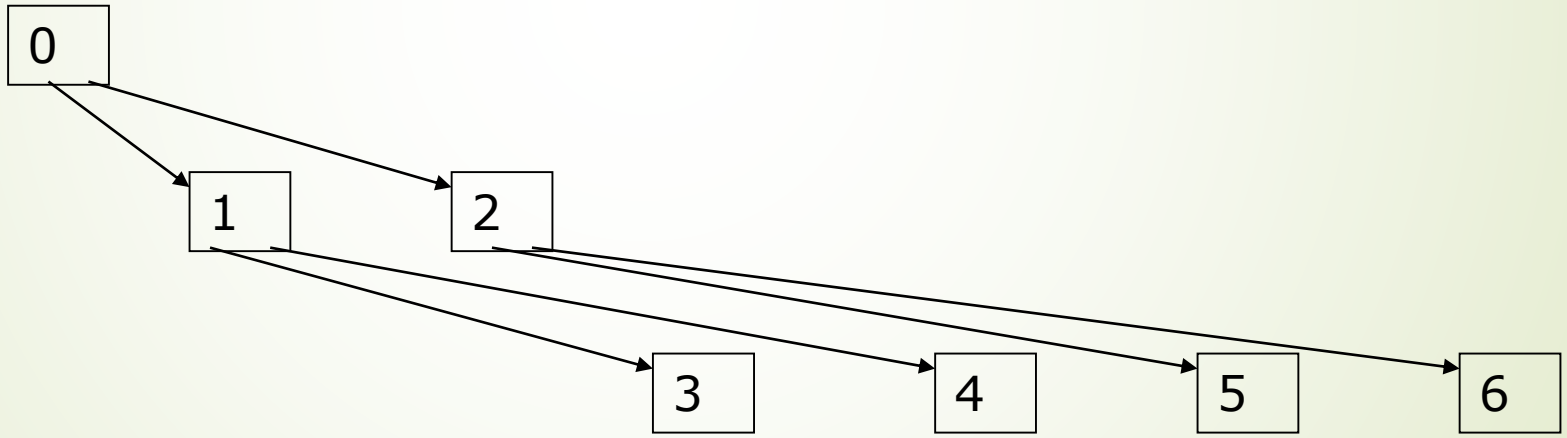
Организация двоичной кучи

- Корень бинарного дерева расположен в массиве по 0-му индексу, корни его поддеревьев – по 1-му и 2-му индексу, и так далее



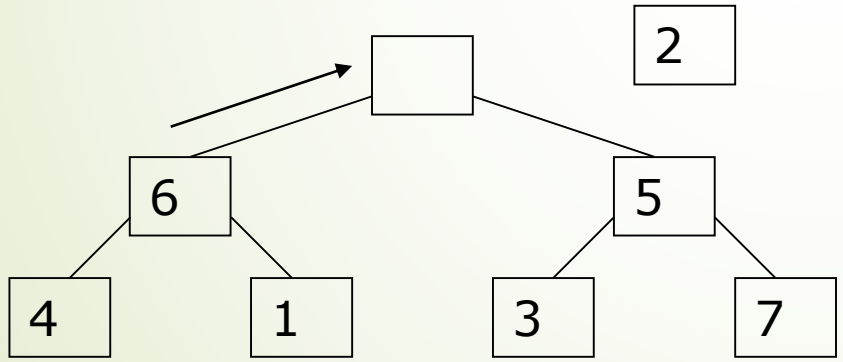
Организация двоичной кучи

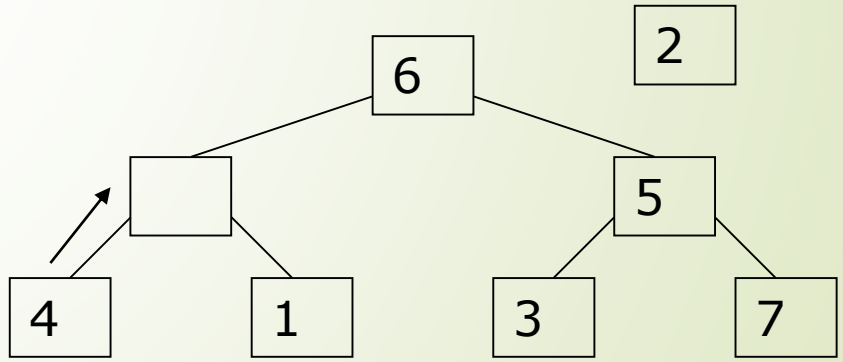
- Если корень какого-либо поддерева имеет индекс N, то поддеревья нижнего уровня имеют индексы 2N+1 и 2N+2



Организация просеивания

- Корень запоминается
- Сравнивается с корнями поддеревьев; если меньше, на его место ставится больший из корней поддеревьев
- Процедура повторяется для поддерева с большим корнем





Псевдокод: просеивание

```
MAX-HEAPIFY (A, J, S):
  L = 2*J+1
  R = 2*J+2
  Max = J
  if L < S and A[L] > A[Max]:
    Max = L
  if R < S and A[R] > A[Max]:
    Max = R
  if Max != J:
    Swap A[J] with A[Max]
    MAX-HEAPIFY(A, Max, S)
```

Псевдокод: подготовка кучи

```
BUILD-MAX-HEAP(A):
  for J = A.length / 2 - 1 downto 0:
    MAX-HEAPIFY(A, J, A.length)
```

- Трудоёмкость: O(N) просеиваний, каждое из которых имеет трудоёмкость O(logN)
- Корректность
  - Инвариант: перед каждой итерацией цикла узлы с номером больше J являются корнями бинарной пирамиды

Псевдокод: пирамидальная сортировка

```
HEAP-SORT(A):
  BUILD-MAX-HEAP(A)
  for J = A.length — 1 downto 1
    Swap A[0] with A[J]
    MAX-HEAPIFY(A, 0, J)
```

- Трудоёмкость: O(N) просеиваний, каждое из которых имеет трудоёмкость O(logN)
- Корректность: следует из того, что после Swap только корень пирамиды нарушает её свойство, и из инварианта

Неустойчивые сортировки

- Пирамидальная сортировка (сортировка двоичной кучей, Heap Sort) T=O(N logN), R=O(1)
  - Неустойчива примерно по тем же причинам – вершина в процессе сортировки «уезжает» в некоторое место кучи

Сортировки сравнениями

- Трудоёмкость в худшем случае O(N logN) или хуже
- Бинарное дерево решений:
  - Внутренние узлы – сравнения между двумя элементами
  - Листья – всевозможные перестановки списка (их N!)
  - Отсюда минимальное число сравнений lg(N!) = O(N logN)
- Тем не менее, существуют сортировки за линейное время…

Отступление: готовые функции

- Java
  - Collections.sort(someList)

Отступление: готовые функции

- Java
  - Collections.sort(someList)
- Kotlin
  - mutableList.sort()
  - list.sorted() // не на месте

Отступление: готовые функции

- Java
  - Collections.sort(someList)
  - Arrays.sort(someArray)
- Kotlin
  - mutableList.sort()
  - list.sorted() // не на месте
  - array.sort()

Отступление: готовые функции

- Java
  - Collections.sort(someList)
  - Arrays.sort(someArray)
- Kotlin
  - mutableList.sort()
  - list.sorted() // не на месте
  - array.sort()
- Реализация (во всех случаях)
  - На основе сортировки слияниями (merge sort)

Сортировки за линейное время

- Все сортировки за линейное время основаны не на сравнениях и предполагают какие-то дополнительные требования к исходным данным
  - Сортировка подсчётом
  - Поразрядная сортировка
  - Карманная сортировка

Сортировка подсчётом

- Работает для целых чисел в интервале от 0 до K, где K = O(N)
  - Также работает для данных, сводимых к таким целым числам, например …

Сортировка подсчётом

- Работает для целых чисел в интервале от 0 до K, где K = O(N)
  - Также работает для данных, сводимых к таким целым числам, например для элементов перечислений
- Трудоёмкость O(N), ресурсоёмкость O(N), устойчива

Сортировка подсчётом

- Работает для целых чисел в интервале от 0 до K, где K = O(N)
  - Также работает для данных, сводимых к таким целым числам, например для элементов перечислений
- Трудоёмкость O(N), ресурсоёмкость O(N), устойчива
- Идея
  - Вначале подсчитать, сколько в списке целых чисел, равных J (для всех J от 0 до K): EqCount(J)

Сортировка подсчётом

- Работает для целых чисел в интервале от 0 до K, где K = O(N)
  - Также работает для данных, сводимых к таким целым числам, например для элементов перечислений
- Трудоёмкость O(N), ресурсоёмкость O(N), устойчива
- Идея
  - Вначале подсчитать, сколько в списке целых чисел, равных J (для всех J от 0 до K): EqCount(J)
  - Потом подсчитать, сколько в списке целых чисел, меньших J (опять-таки для всех J): LessCount(J)

Сортировка подсчётом

- Работает для целых чисел в интервале от 0 до K, где K = O(N)
  - Также работает для данных, сводимых к таким целым числам, например для элементов перечислений
- Трудоёмкость O(N), ресурсоёмкость O(N), устойчива
- Идея
  - Вначале подсчитать, сколько в списке целых чисел, равных J (для всех J от 0 до K): EqCount(J)
  - Потом подсчитать, сколько в списке целых чисел, меньших J (опять-таки для всех J): LessCount(J)
  - Затем мы размещаем числа, равные J, по индексу LessCount(J) и далее

Сортировка подсчётом

```
COUNTING-SORT(In, Out, K):
  for J = 0 to K:                  // Clear
    Count[J] = 0
  for J = 0 to In.length - 1: // Count equals
    Count[In[j]] ++
  for J = 1 to K:                  // Count less or equals
    Count[J] += Count[J-1]
  for J = In.length - 1 downto 0:
    Out[Count[In[J]] - 1] = In[J]
    Count[In[J]]--
```

Карманная сортировка

- Она же – корзинная (bucket sort)
- Предполагает, что мы имеем числа, распределенные равномерно в некотором интервале
- Трудоёмкость O(N), ресурсоёмкость O(N)
- Идея
  - Разбить интервал на **N** карманов равного размера
  - Распределить числа по карманам в соответствии с их значениями, получив O(1) чисел в каждом кармане
  - Отсортировать числа в каждом кармане отдельно любым простым способом, например, сортировкой вставками
  - Соединить карманы

Карманная сортировка

```
N = In.length
let B: array of lists
for J = 0 to N - 1:
    B[J] = emptyList()
for J = 0 to N - 1:
    K = floor(N*In[J])
    B[K] += In[J]
Out = emptyList()
for J = 0 to N - 1:
    SORT(B[K])
    Out += B[K]
```

Итоги

- Рассмотрены
  - Простые и сложные сортировки
  - Характеристики сортировок: трудоёмкость, ресурсоёмкость, устойчивость
  - Показана нижняя граница трудоёмкости для сортировок, основанных на сравнениях
  - Сортировки за линейное время
- Далее
  - Простые структуры данных