

«Машина Тьюринга-Поста»

Внимание! Используемый в этом Приложении термин «машина Поста» является искусственным, так как Э. Пост его не использовал.

«Машина Поста», как и её ближайший аналог - машина Тьюринга, представляет собой мысленную конструкцию, используемую для построения некоторых рассуждений и последующих выводов. Заметим, что ничто не мешает построить (спроектировать и изготовить «в железе») устройство, весьма точно соответствующее этим мысленным конструкциям. Более того, известно, что соответствующие проекты были неоднократно осуществлены: машина Тьюринга в США и в Великобритании, машина Поста в СССР – в 1970г. в Симферопольском государственном университете.

И ещё одно замечание. Статьи Тьюринга «О вычислимых числах» и Поста «Финитные комбинаторные процессы – формулировка 1» были опубликованы независимо в разных журналах практически одновременно осенью 1936г. Обе эти статьи явились попытками описания алгоритмов формализации вычислений и логическим следствием публикаций знаменитой теоремы Гёделя о неполноте символических логик в 1931 г. и результатов исследований Чёрча относительно абсолютно неразрешимых проблем в начале 1936г. Тьюринг в своей статье использует термин «машина», а Пост использует понятие «решатель проблемы, работник», который использует множество «ящиков» с метками. Однако всё описание работы модели Поста может быть формально описано как работа вычислительной «машины».

А теперь о «конструкции машины», её «системе команд» и «работе».

Конструкция.

Машина Тьюринга-Поста (далее - машина ТП) состоит из *ленты* и *каретки* (её также называют *считывающей* и *записывающей головкой*). Лента предполагается бесконечной и разделённой на *секции* одинакового размера, пронумерованные целыми рациональными числами. Для наглядности ленту будем считать расположенной горизонтально. Бесконечность ленты находится в противоречии с приведённым выше замечанием о возможности изготовления машины ТП. Но объявление ленты бесконечной сделано было для простоты абстрактных рассуждений. Для конструктивного выхода можно предположить, что лента не бесконечная, а лишь неограниченно растущая в обе стороны (влево и вправо). Тогда можно предположить, что лента наращивается на одну секцию, как только каретка доходит до конца ленты и должна двигаться дальше (или влево или вправо). «Железный» вариант: лента очень-очень длинная, такая чтобы её хватило на программу любой получившейся длины.

О нумерации секций. Порядок, в котором расположены секции ленты, подобен порядку, в котором расположены все целые числа. Иными словами, естественно ввести на ленте (рядом с секциями) целочисленные координаты:

..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,

Система координат жёстко сопоставлена с лентой, то есть появляется возможность указывать какую-либо секцию ленты, называя её порядковый номер (значение координаты).

В каждой секции ленты может быть либо ничего не записано (*пустая* секция), либо записана метка (обозначение метки может быть любое, например, V) и тогда секция именуется *помеченной*. Информация о том, какие секции пусты, а какие помечены, образует *состояние ленты*. (Состояние ленты – распределение меток по секциям).

В процессе работы каретка перемещается вдоль ленты влево и вправо, но так, что в каждый дискретный момент времени она стоит против ровно одной секции ленты и *обозревает* эту секцию. Состояние ленты и место расположения каретки в каждый момент времени образуют *состояние машины ТП*.

Система команд.

Работа машины ТП заключается в выполнении программы (последовательности команд) переводящей машину из одного состояния (исходного) в другое состояние (результат) через некоторые промежуточные состояния. Всего имеется шесть типов команд:

1) команда движения вправо на одну секцию

i. $\rightarrow j$

(число i обозначает номер команды, число j обозначает отсылку к исполнению команды с этим номером);

2) команда движения влево на одну секцию

i. $\leftarrow j$;

3) команда внесения метки

i. $V j$;

4) команда стирания метки

i. $O j$;

5) команда передачи управления

i. $? j_1, j_2$

(знак $?$ обозначает необходимость проверки состояния секции – пустая или помеченная, число j_1 указывает отсылку к команде с номером j_1 , если секция пустая, число j_2 указывает отсылку к команде с номером j_2 , если секция помечена);

б) команда остановки

i. Stop.

Программой работы машины ТП является конечный непустой (т.е. содержащий хотя бы одну команду) список команд, обладающий следующими двумя свойствами:

1) на первом месте в списке стоит команда с номером 1, на втором (если оно есть) команда с номером 2 и т.д. (на k -ом месте команда с номером k);

2) для каждой отсылки каждой команды списка найдётся такая команда, номер которой совпадает с номером отсылки.

Работа машины ТП.

Чтобы машина ТП начала работать (вычислять, реализовывать алгоритм) необходимо, во-первых, задать некоторую программу, а во-вторых, задать некоторое состояние машины (распределение меток положение каретки). При этих условиях пуск машины приведёт к одному из трёх исходов:

- 1) в ходе выполнения программы машина дойдёт до исполнения неисполнимой команды (внесение метки в непустую секцию или стирания метки в пустой секции; такое действие должно быть выявлено, работа прекращается – это безрезультатная остановка;
- 2) в ходе выполнения программы машина дойдёт до исполнения команды остановки (шестой тип команды); машина остановится, программа выполнена – результативная остановка; за результат принимается получившееся состояние машины;
- 3) в ходе выполнения программы машина не дойдёт до выполнения команд по вариантам (1) и (2); произойти это может потому, что, либо имеется ошибка в программе и бесконечно повторяется некоторый цикл команд («зацикливание»), либо потому, что субъективно закончилось отведённое на работу время («зацикливание» по предположению).

Тезис Поста – всякая вычислимая функция вычислима на машине ТП.

Пост, как и независимо, от него Тьюринг, выдвинули «рабочую гипотезу» о реализуемости всех когда-либо описанных классов числовых функций, включая рекурсивные функции, программами на их абстрактных моделях. Тем самым они через свои абстрактные модели приблизились к формальному определению понятия алгоритма. И всё же ...

Все существующие определения алгоритма (Колмогоров, Марков и др.) строго математически определениями не являются. Это относительно строгие описания понятия алгоритма.

Можно было бы сказать, что ситуация напоминает математические коллизии с понятием доказательства. Но понятие доказательства не имеет не только определения, но и строгого математического описания. Именно здесь лежит база великой теоремы Гёделя. Вот её популяризированная упрощённая формулировка: всякая попытка формально уточнить понятие доказательства неизбежно оказывается неполным, так как обнаруживаются истины, доказываемые интуитивно, но не допускающие доказательства в рамках произведённого формального математического уточнения.

Получается, что со времён Евклида математическое доказательство остаётся не более (но и не менее!!) чем убедительным рассуждением, которое в состоянии убедить нас настолько, что мы становимся готовы сами убеждать с его помощью других.

