Persistent data structures

Михаил Беляев

December 5, 2017

Mutable vs Immutable

- Изменяемые структуры данных: скрытое изменяемое состояние
    - Позволяют очень быстрые алгоритмы
    - Просты (?)
- Неизменяемые структуры данных: никаких внутренних изменений структуры, каждое изменение создаёт новый экземпляр
    - Меньше проблем в нахождении ошибок
    - Лучшая работа в параллельном окружении
    - Сложность реализации

В чисто функциональной программе все структуры данных неизменяемые.

Использование структуры данных

- Эфемерное
  - Стандартное использование — изменение на месте либо передача в функции
- Персистентное
  - Персистентность — способность состояния «пережить своего создателя»
  - В применении к структурам данных — возможность структуры данных существовать в нескольких состояниях одновременно

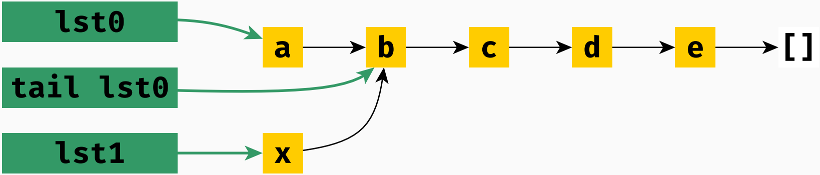
Зачем персистентное использование может быть нужно?

Реализация персистентного использования на практике

- Как использовать персистентно изменяемую структуру данных?
- Как использовать персистентно неизменяемую структуру данных?

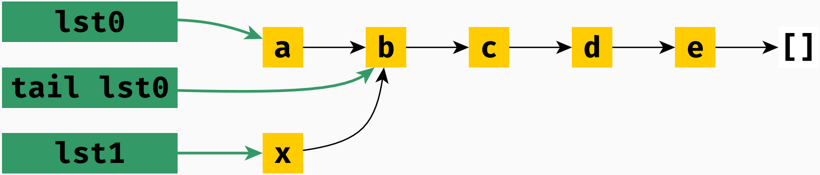
Пример персистентной структуры данных — список

```
lst0 = [a,b,c,d,e]
lst1 = x:(tail lst0)
```



Пример персистентной структуры данных — список

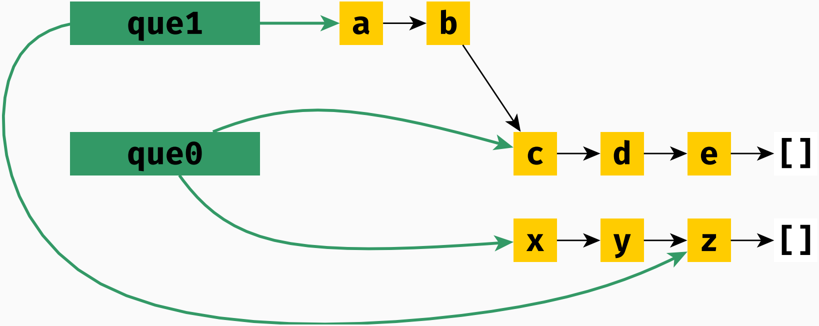
```
lst0 = [a,b,c,d,e]
lst1 = x:(tail lst0)
```



Можете ли вы привести пример операции, при которой всё будет не так радужно?

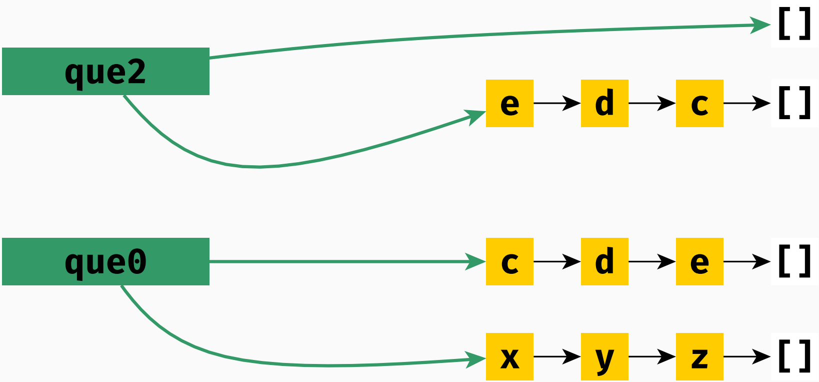
Очередь с предыдущей лекции

```
discard q = q' where (q', _) = dequeue q
que0 = Queue ...
que1 = discard $ discard $ que0 `enqueue` b `enqueue` a
```



Очередь с предыдущей лекции

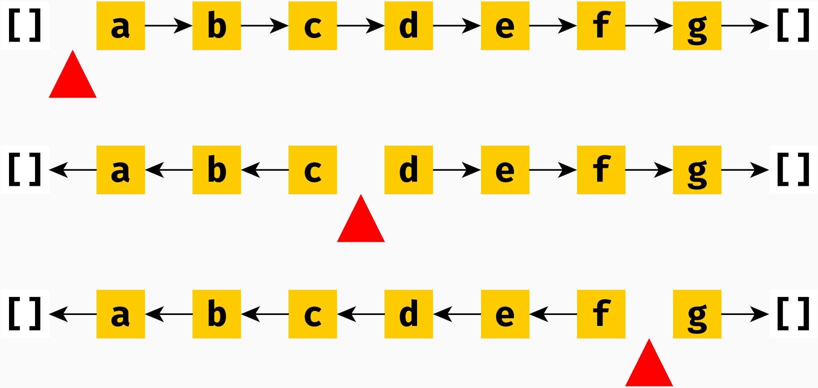
```haskell
discard q = q' where (q', _) = dequeue q
que0 = Queue ...
que1 = discard $ discard $ discard $ que0
```



Zipper

- Типичное использование связного списка в императивном программировании — вставка/удаление множества элементов в какую-то точку в середине
- В ФП у вас такой возможности нет
- Сделать это эффективно, не меняя структуру данных (список) невозможно

Zipper: идея



Zipper: реализация

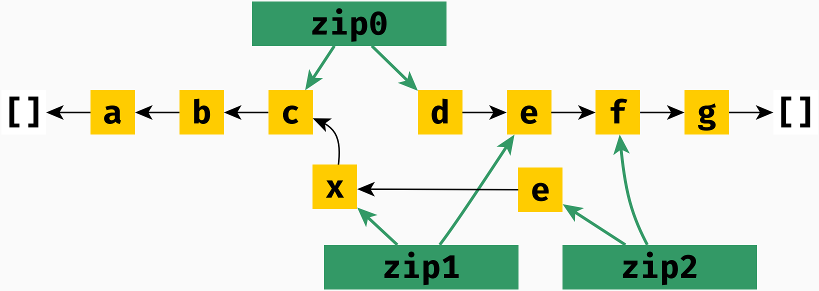
```haskell
data Zipper a = Zipper [a] [a]

fromList lst = Zipper [] lst
goRight z@(Zipper _ []) = z
goRight (Zipper l (rh:rt)) = Zipper (rh:l) rt
goLeft z@(Zipper [] _) = z
goLeft (Zipper (lh:lt) r) = Zipper lt (lh:r)
putRight x (Zipper l r) = Zipper l (x:r)
putLeft x (Zipper l r) = Zipper (x:l) r
removeRight (Zipper l (_:rt)) = Zipper l rt
removeLeft (Zipper (_:lt) r) = Zipper lt r
```

Zipper: характеристики

- Можно показать, что все операции, которые имели сложность O(1) у обычного списка, имеют амортизированную сложность O(1) у зиппера
- Зиппер это персистентная структура данных
- Зиппер можно определить для очень многих структур данных

Персистентный зиппер

```
zip0 = ...
zip1 = removeRight $ putLeft x zip0
zip2 = goRight zip1
```



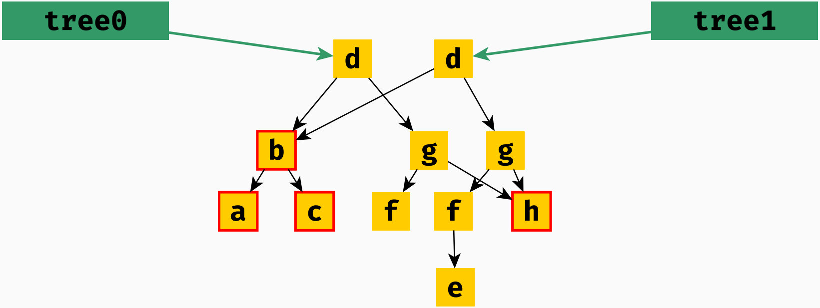
Бинарные деревья поиска

Что такое бинарное дерево поиска?

Как они работают на практике?

Бинарные деревья поиска

- Пересоздаются только вершины по пути к изменяемому элементу (если иного не требует протокол балансировки)



Красно-чёрное дерево

- Одно из самых известных самобалансирующихся деревьев поиска
- Вершины имеют два цвета, листья всегда чёрные
- Инварианты:
    - Красная вершина не может иметь красных детей
    - Все пути от корня до листа содержат одинаковое количество чёрных вершин

Красно-чёрное дерево: реализация

```haskell
data Color = R | B
data RBTree a = E | RBTree Color (RBTree a) a (RBTree a)
member x E = False
member x (RBTree _ l v r) | x == v    = True
member x (RBTree _ l v r) | x < v     = member x l
member x (RBTree _ l v r) | otherwise = member x r
```

Красно-чёрное дерево: реализация

```haskell
insert x E =
    RBTree B a y b
        where (RBTree _ a y b) = ins s
              ins E = RBTree R E x E
              ins s@(RBTree c a y b) | x == y = s
              ins (RBTree c a y b)   | x < y  =
                  balance c (ins a) y b
              ins (RBTree c a y b)   | x > y  =
                  balance c a y (ins b)
```

Красно-чёрное дерево: реализация

```
balance B (RBTree R (RBTree R a x b) y c) z d =
    RBTree R (RBTree B a x b) y (RBTree B c z d)
balance B (RBTree R a x (RBTree R b y c)) z d =
    RBTree R (RBTree B a x b) y (RBTree B c z d)
balance B a x (RBTree R (RBTree R b y c) z d) =
    RBTree R (RBTree B a x b) y (RBTree B c z d)
balance B a x (RBTree R b y (RBTree R c z d)) =
    RBTree R (RBTree B a x b) y (RBTree B c z d)
balance color left value right = RBTree color left value right
```

Хип, куча или пирамида

- Структура данных с константным доступом к **минимальному** элементу
- Обычно реализуется как дерево (которое, в свою очередь, может быть упаковано в массив)
- Дерево обладает heap property — дети всегда больше своих родителей

Левосторонняя куча

- Бинарное дерево
- Ранг левого ребёнка всегда больше или равен рангу правого ребёнка
- Ранг это длина *правой хорды* (самого правого пути до листа)
- Проще всего хранить ранг прямо в дереве

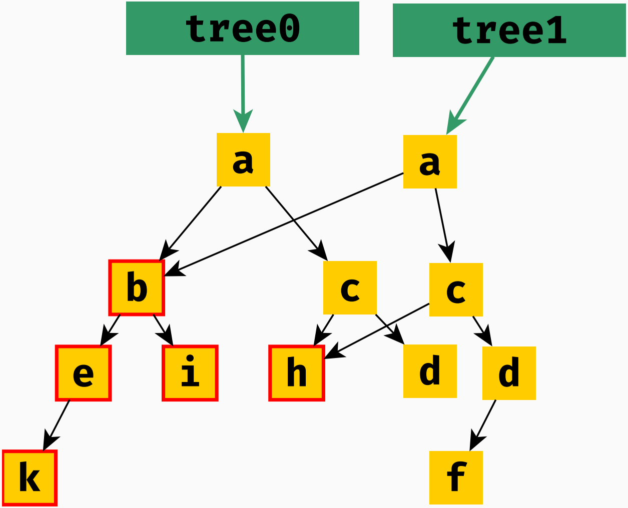
Левосторонняя куча

```haskell
data Heap a = E | Heap Integer a (Heap a) (Heap a)
rank (Heap r _ _ _) = r
rank E = 0
makeHeap x a b | rank a > rank b = Heap (rank b + 1) x a b
               | rank b > rank a = Heap (rank a + 1) x b a
merge h E = h
merge E h = h
merge lh@(Heap _ lv ll lr) rh@(Heap _ rv rl rr) =
    if (rv > lv)
    then makeHeap lv ll (merge lr rh)
    else makeHeap rv rl (merge lh rr)
```

Левосторонняя куча

```haskell
insert x h = merge (Heap 1 x E E) h
findMin (Heap _ x _ _) = x
deleteMin (Heap _ _ a b) = merge a b
```

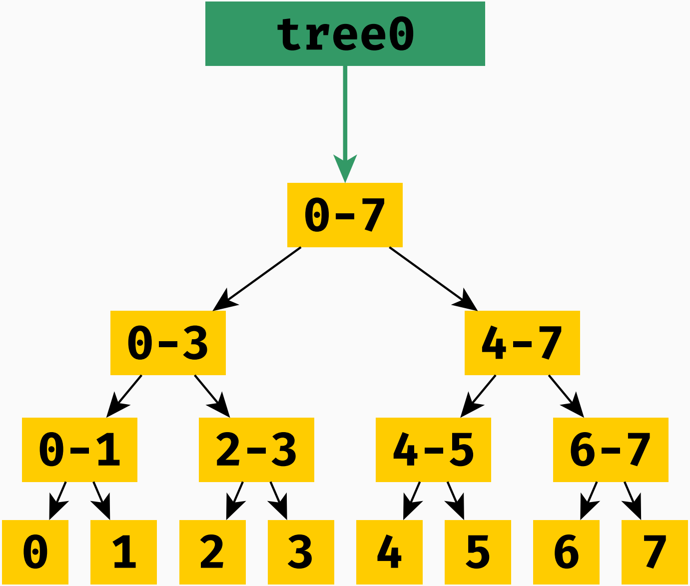
```
tree0 = Heap ...

tree1 = f `insert` tree0
```



Дерево отрезков (сегментное дерево)

- Заранее сбалансированное бинарное дерево
- Структура данных, описывающая данные на заданном промежутке
- Позволяет делать запросы вида «минимум на отрезке» за логарифм
    - Минимум нужно хранить в каждом узле
    - Вместо минимума можно считать любую *ассоциативную* операцию

Дерево отрезков



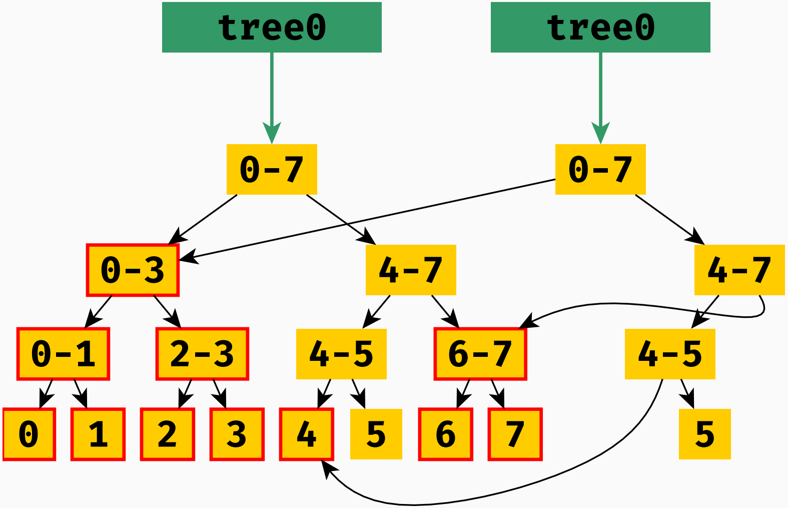
Дерево отрезков

```haskell
data SegTree a = Leaf a | SegTree a (SegTree a) (SegTree a)
data SegRange a = SegRange Integer Integer (SegTree a)
value (Leaf a) = a
value (SegTree a _ _) = a
set i x r = let SegRange min max tree = r
                avg' = avg min max
            in
            SegRange min max $ set' i x min avg' max tree
```

Дерево отрезков

```
set' i x min avg max (Leaf _) = Leaf x
set' i x min avg max (SegTree a l r) | i < avg =
    let newAvg = (avg - min)/2
        l' = set' i x min newAvg avg l
        v' = f (value l') (value r)
    in SegTree v' l' r
set' i x min avg max (SegTree a l r) | i >= avg =
    let newAvg = (max - avg - 1)/2
        r' = set' i x (avg + 1) newAvg max r
        v' = f (value l) (value r')
    in SegTree v' l r'
```

Дерево отрезков



Промежуточный итог

- Рассмотрено большое количество персистентных структур данных
- Персистентность позволяет:
  - Уменьшить сложность по памяти
  - Использовать данные в персистентном режиме

Вопрос сложности

- Амортизированная сложность работает за счёт «накопления» резервов в структуре
- Если структуру можно «бесплатно» копировать, что с накопленными резервами?

Вопрос сложности

- Амортизированная сложность работает за счёт «накопления» резервов в структуре
- Если структуру можно «бесплатно» копировать, что с накопленными резервами?

- К сожалению, персистентное использование ломает амортизированную сложность
- Иногда ленивые вычисления позволяют это обойти