Надежность систем и устройств

Лекция 2. Анализ функции работоспособного состояния

Глухих Михаил Игоревич, к.т.н., доц.

mailto: glukhikh@mail.ru

Функция работоспособного состояния

- Предполагается, что система разбита на атомарные элементы
- Логическая функция
- Аргументы функции – состояния элементов (1 – работоспособен, 0 – отказал)
- Значение функции – состояние системы (1 – работоспособна, 0 – отказала)
- Обычно используется базис И-ИЛИ
- См. пример EventTree; связь с FaultTree
- Англ. ~ Operability Function

Область применения

- Вероятностные показатели элементов известны
- Вероятностные показатели элементов независимы
  - Когда это не так? Пример с двумя телевизорами
- Расчет вероятностных показателей системы (как правило – вероятности безотказной работы)

Этапы анализа ФРС

1. Словесное описание работоспособного состояния системы (система работает, если ее элементы …).
2. Формальное описание логической функции работоспособного состояния (ФРС).
3. Далее – переход к вероятностной функции системы (Reliability Function)

   - алгебраическая функция
   - аргументы – вероятности безотказной работы элементов
   - значение – вероятность безотказной работы системы

Пример из EventTree

- ФРС = S(P + KB)
  - S – сработал переключатель
  - P – сработала помпа
  - K – сработал клаксон
  - B – удалось откачать воду вручную
- ВФ = $P_s(P_p + P_k P_b)$???

Пример из EventTree

- ФРС = S(P+KB)
  - S – сработал переключатель
  - P – сработала помпа
  - K – сработал клаксон
  - B – удалось откачать воду вручную
- ВФ = $P_s(P_p + P_k P_b)$??? НЕТ
- ВФ = $P_s(P_p + P_k P_b - P_k P_b P_p)$, т.к.
- $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

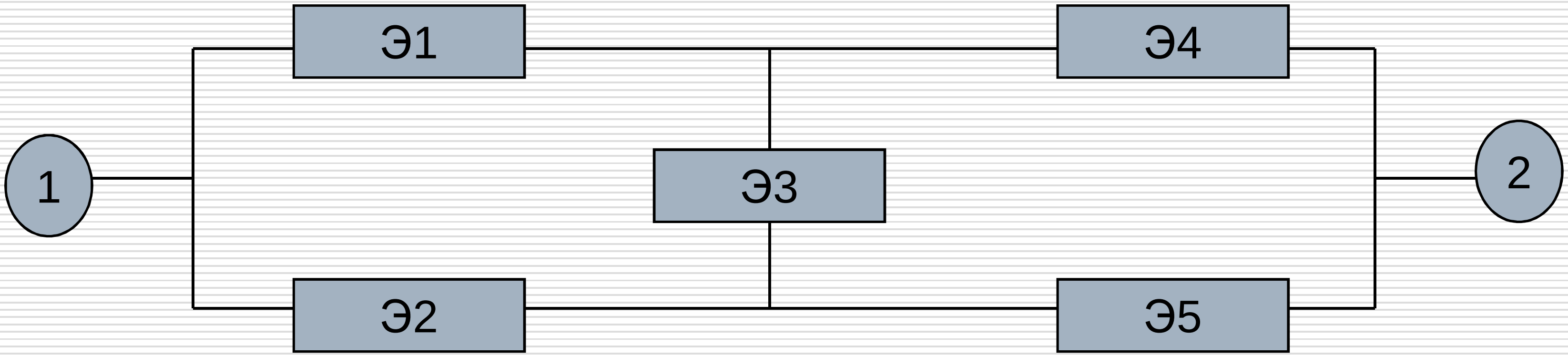
Модели описания работоспособного состояния

- Последовательно-параллельные системы (Reliability Block Diagram)

- Система работает, если работает каждая из k групп
  - Классика: i-я группа работает, если работает хотя бы одно устройство из N_i
  - Расширение: i-я группа работает, если работают хотя бы M_i устройств из N_i

Модели описания работоспособного состояния

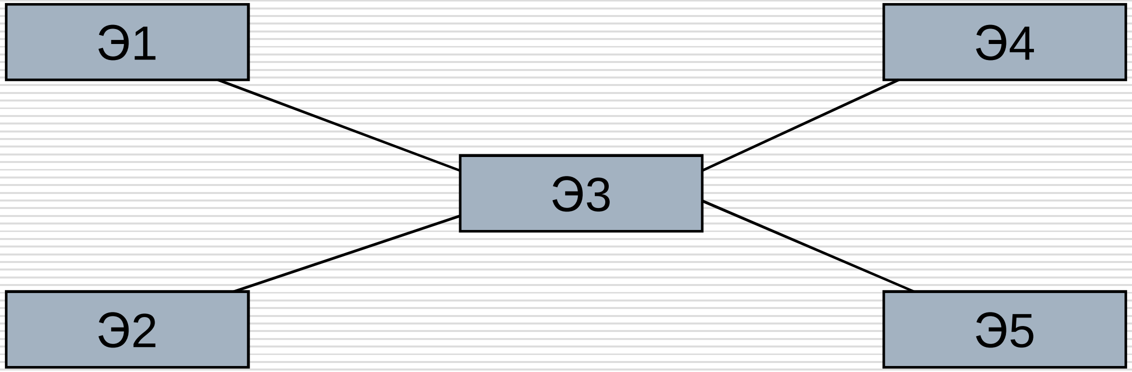
- Передающая цепь



- Система работает, если существует неповрежденный путь от 1 к 2

Модели описания работоспособного состояния

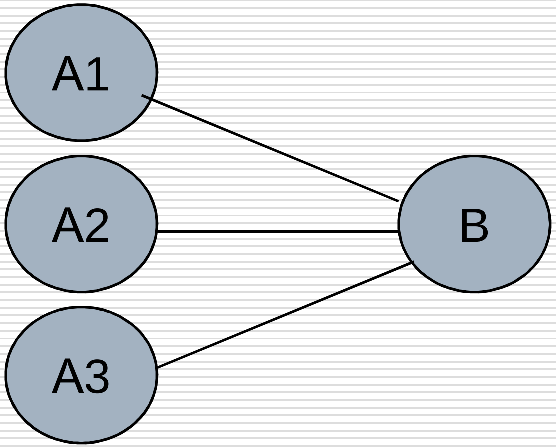
- Система связей



- Э4 должен получать информацию от Э1 или Э2
- Э3 должен получать информацию от Э4 или Э5
- Основную функцию выполняет Э3

Модели описания работоспособного состояния

- Система с распространением отказов



- Распространение зависит от наличия однотипных элементов

Модели описания работоспособного состояния

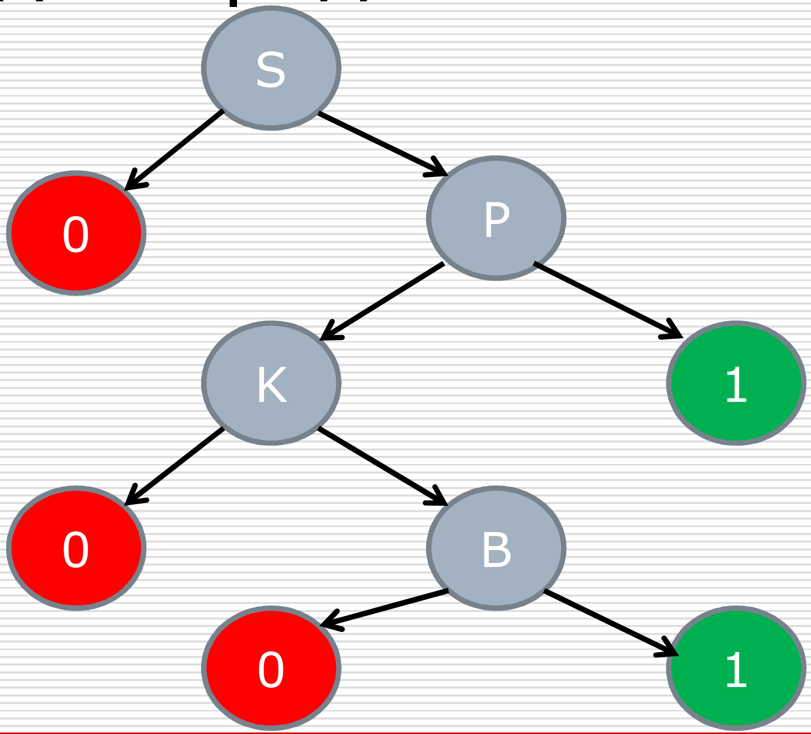
- Граф состояний
  - будет рассмотрен на следующей лекции
  - для логико-вероятностных методов напрямую не годится

Варианты перехода ФРС→ВФ

- Использование законов теории вероятностей (справедливы только для независимых событий)
  - $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$
  - $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) -$
    $- P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$
- Проблема – если функция сложная, то выражение может получиться очень длинное
- Когда можно складывать вероятности?

Варианты перехода ФРС→ВФ

- Использование Binary Decision Diagrams для представления ФРС



BDD→ВФ

- Фактически, BDD – это функция в форме $F=x'F_0+xF_1$
- Можно преобразовать к ВФ вида $P=(1-P_x)P_0+P_xP_1$
- Почему такое преобразование возможно?
- $P=P_s((1-P_p)P_kP_b+P_p)$
- Сравнить со слайдом 6

Логико-вероятностные методы

1. Преобразование ФРС к форме перехода к полному замещению.
2. Замена ФРС вероятностной функцией (ВФ): $x \rightarrow P_x$, ИЛИ $\rightarrow$ +, И $\rightarrow$ *, НЕ $\rightarrow$ 1-p
3. Расчет вероятности безотказной работы системы по вероятности безотказной работы элементов.

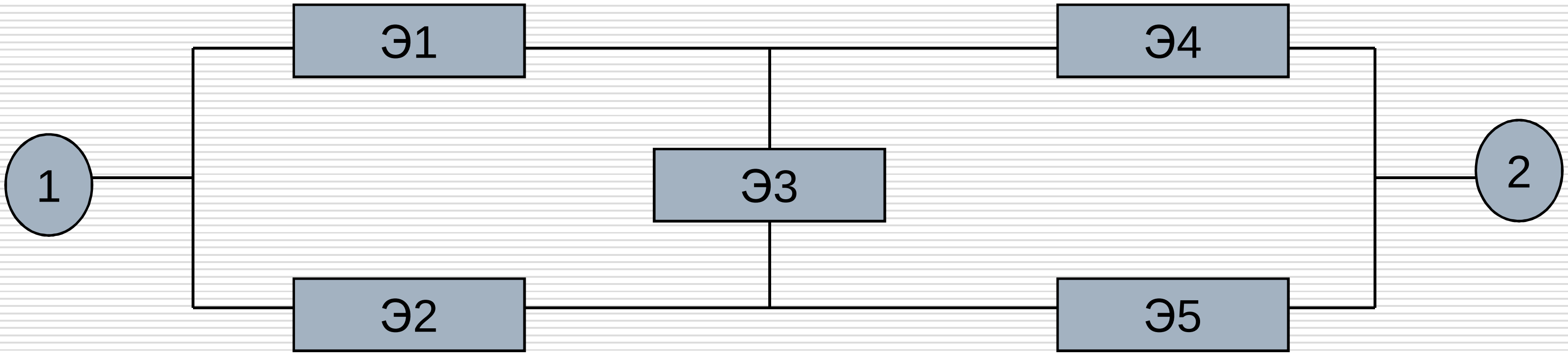
Формы перехода к полному замещению

1. СДНФ (совершенная дизъюнктивная нормальная форма)
2. ОДНФ (ортогональная дизъюнктивная нормальная форма)
3. Бесповторная функция в базисе «конъюнкция-отрицание»
4. Дизъюнкция ортогональных друг другу бесповторных функций в базисе «конъюнкция-отрицание».

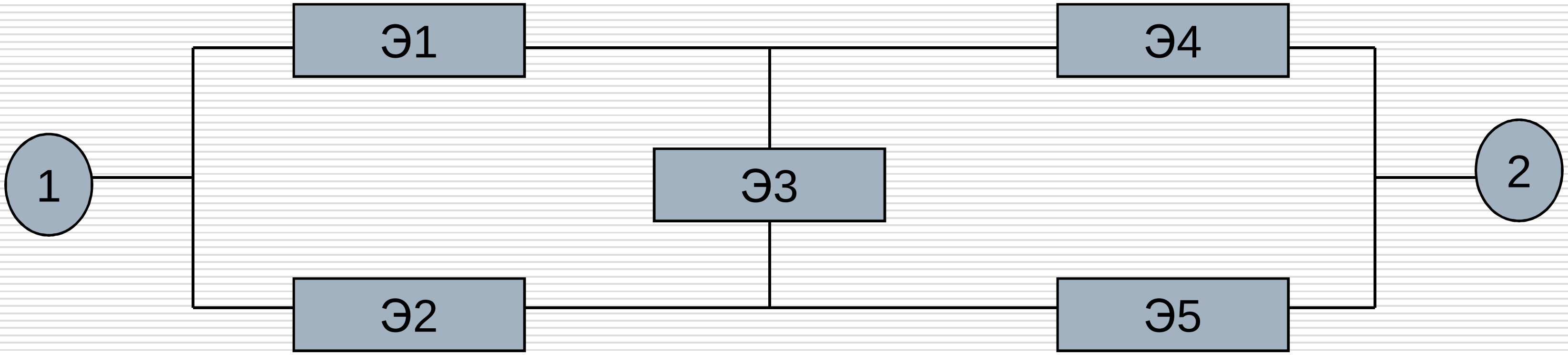
Алгоритм разрезания

- Сводит ФРС к форме №4
- На каждом шаге происходит разрезание ФРС по одной из переменных - той, которая встречается чаще других
  - $F=x_i'*F(x_i=0)+x_i*F(x_i=1)$
  - Присутствуют ли повторяющиеся аргументы в $F(x_i=0)$ и $F(x_i=1)$?
    - Если да, повторить разрезание
    - Если нет, применить правило де Моргана и получить базис «конъюнкция-отрицание»

Алгоритм разрезания - пример

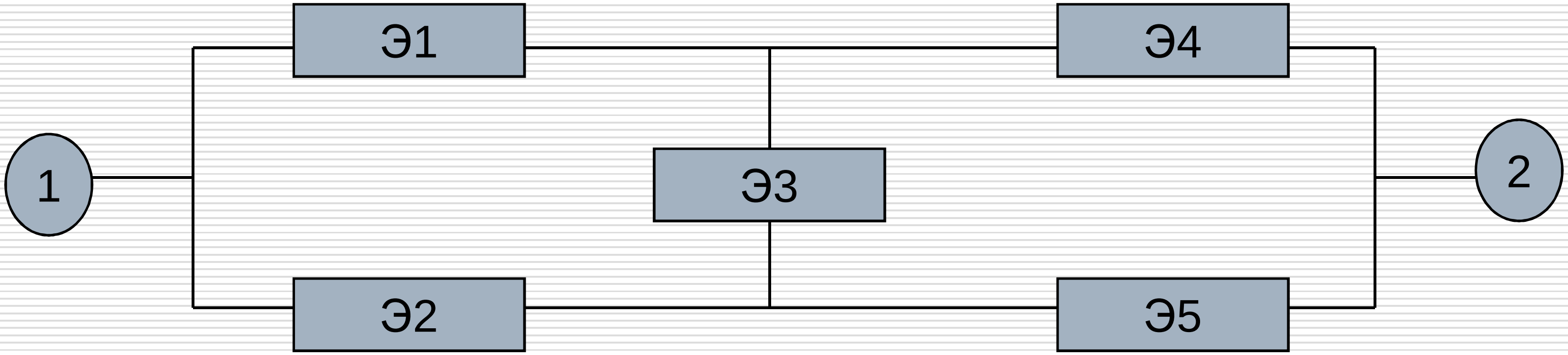


Алгоритм разрезания - пример



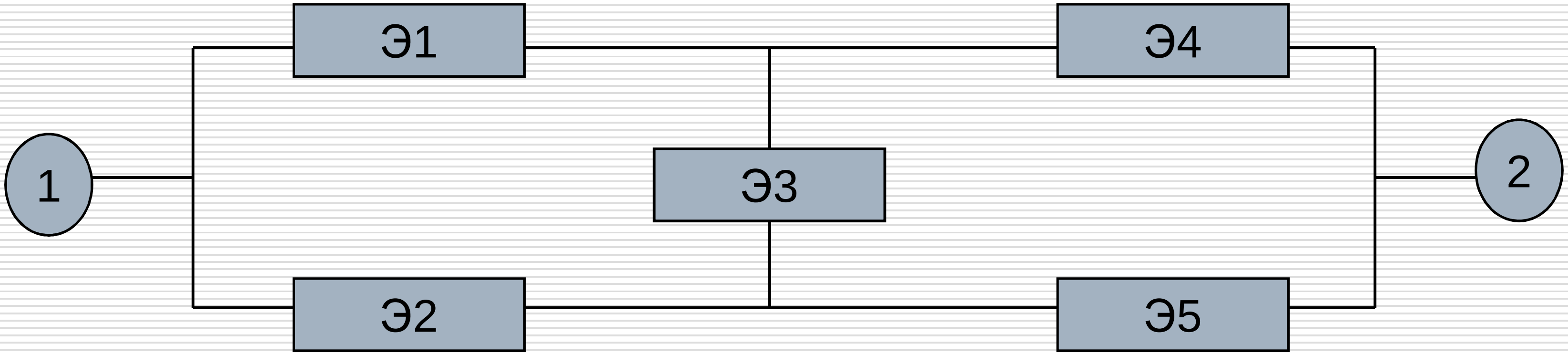
- $F=E_1E_4+E_2E_5+E_1E_3E_5+E_2E_3E_4$

Алгоритм разрезания - пример



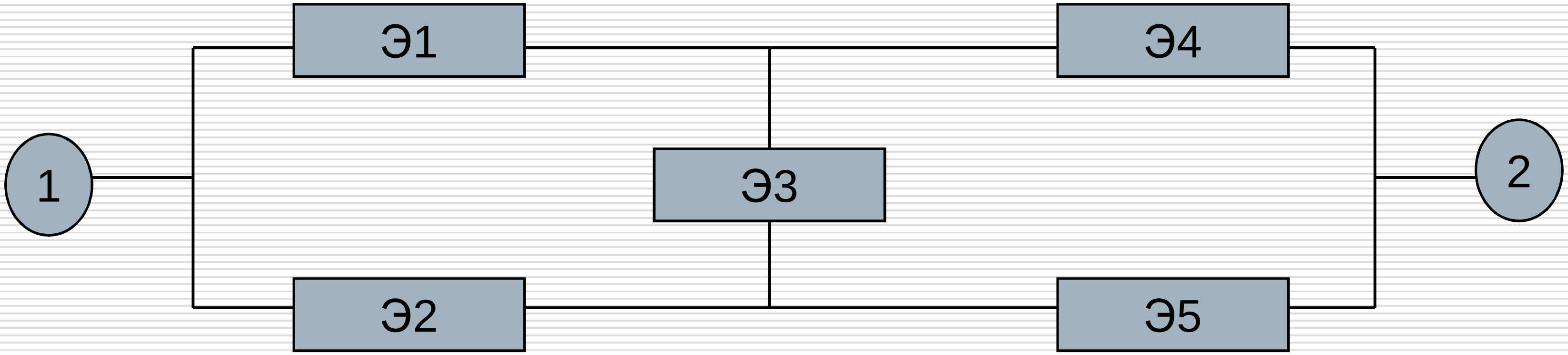
- $F=E_1E_4+E_2E_5+E_1E_3E_5+E_2E_3E_4$
- $F=E_1'(E_2E_5+E_2E_3E_4)+E_1(E_4+E_2E_5+E_3E_5)$

Алгоритм разрезания - пример



- $F=E_1E_4+E_2E_5+E_1E_3E_5+E_2E_3E_4$
- $F=E_1'(E_2E_5+E_2E_3E_4)+E_1(E_4+E_2E_5+E_3E_5)$
- $F=E_1'E_2(E_5+E_3E_4)+E_1(E_4+E_2E_5+E_3E_5)$
- $F=E_1'E_2(E_5+E_3E_4)+E_1E_5'E_4+E_1E_5(E_2+E_3+E_4)$

Алгоритм разрезания - пример

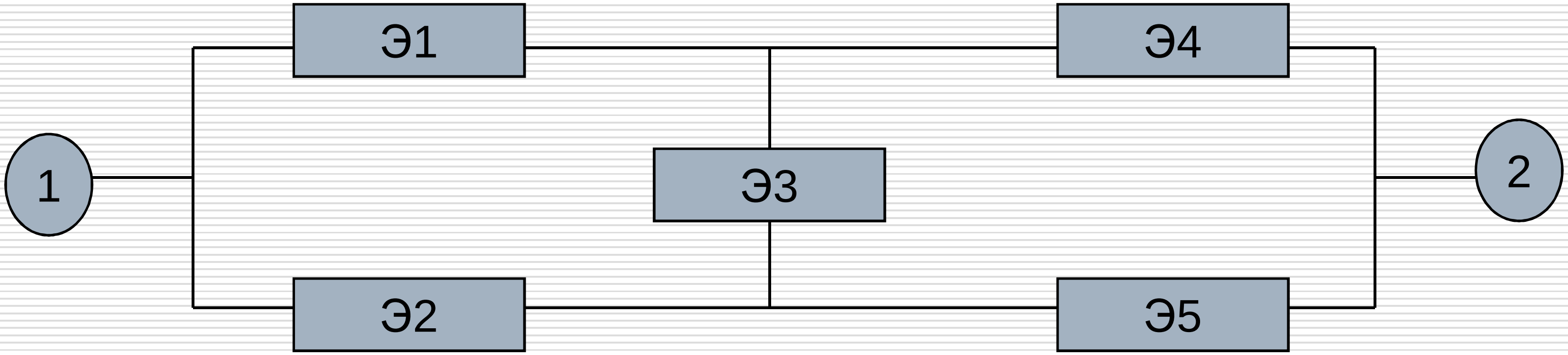


- $F=E_1E_4+E_2E_5+E_1E_3E_5+E_2E_3E_4$
- $F=E_1'(E_2E_5+E_2E_3E_4)+E_1(E_4+E_2E_5+E_3E_5)$
- $F=E_1'E_2(E_5+E_3E_4)+E_1(E_4+E_2E_5+E_3E_5)$
- $F=E_1'E_2(E_5+E_3E_4)+E_1E_5'E_4+E_1E_5(E_2+E_3+E_4)$
- $F=E_1'E_2(E_5'(E_3E_4)')'+E_1E_5'E_4+E_1E_5(E_2'E_3'E_4')'$
- $P=(1-P_1)P_2(1-(1-P_3P_4)(1-P_5)) + P_1(1-P_5)P_4 + P_1P_5(1-(1-P_2)(1-P_3)(1-P_4))$

Алгоритм ортогонализации Порецкого, вариант I

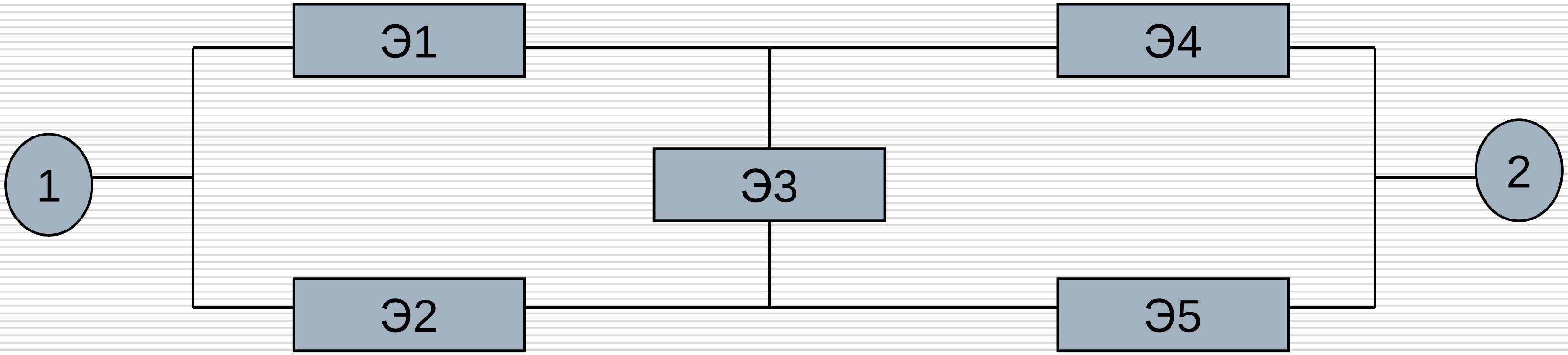
- Сводит ФРС к форме №4
- $F=T_1+T_2+\ldots+T_n$, T – термы по возрастанию рангов (здесь ранг – количество множителей)
- $F=T_1+T_1'T_2+T_1'T_2'T_3+\ldots+T_1'T_2'T_{n-1}'T_n$
- Из термов под инверсией могут быть исключены все множители, повторяющиеся в терме без инверсии; часть термов также может быть поглощена
- $(xy)'xz=y'xz$, т.к.
  $(xy)'xz=(x'+y')xz=x'xz+y'xz=y'xz$
- $x'(xy)'=x'$, т.к.
  $x'(xy)'=x'(x'+y')=x'+x'y'=x'$

Алгоритм Порецкого I – пример



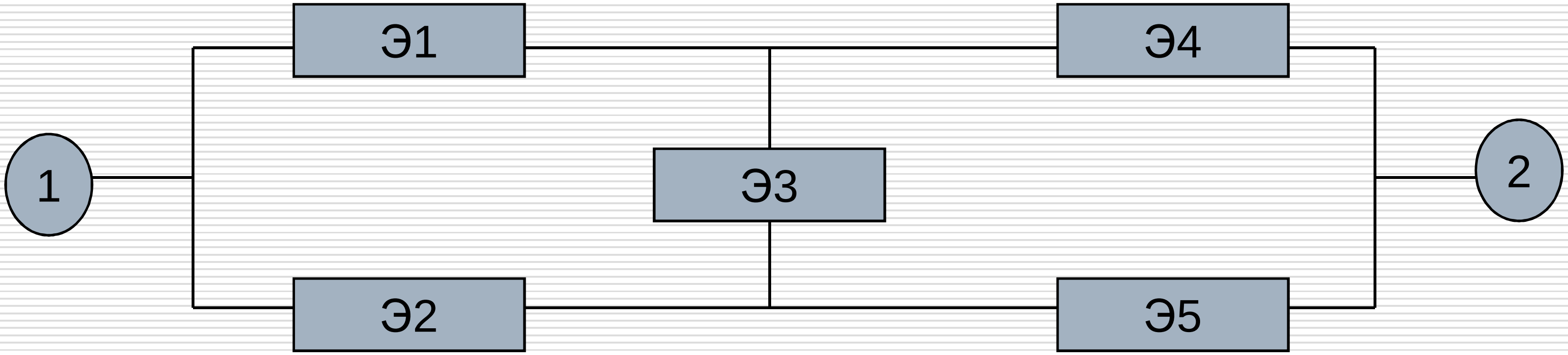
- $F = E_1E_4 + E_2E_5 + E_1E_3E_5 + E_2E_3E_4$

Алгоритм Порецкого I – пример



- $F=E_1E_4+E_2E_5+E_1E_3E_5+E_2E_3E_4$
- $F=E_1E_4+(E_1E_4)'E_2E_5+(E_1E_4)'(E_2E_5)'E_1E_3E_5+(E_1E_4)'(E_2E_5)'(E_1E_3E_5)'E_2E_3E_4$

Алгоритм Порецкого I – пример

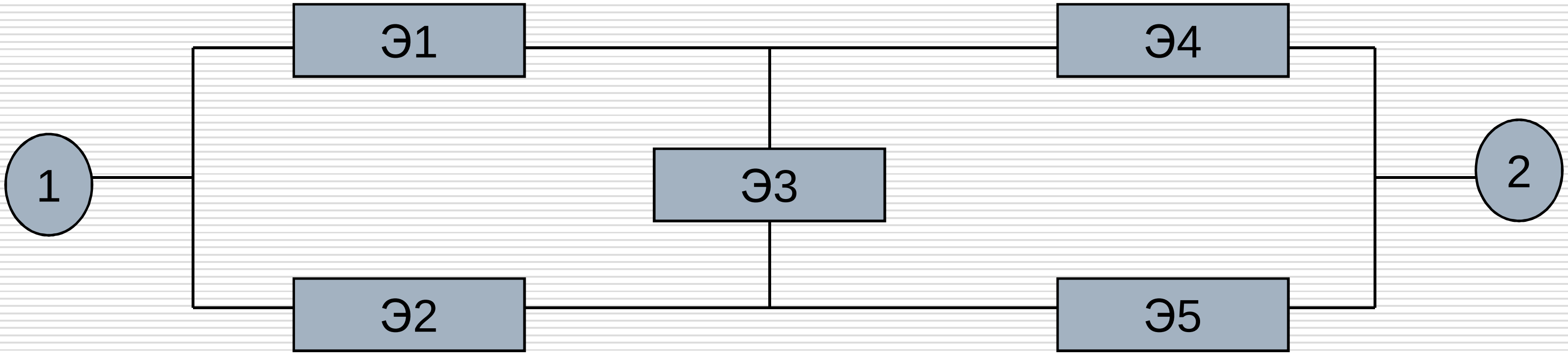


- $F=E_1E_4+E_2E_5+E_1E_3E_5+E_2E_3E_4$
- $F=E_1E_4+(E_1E_4)'E_2E_5+(E_1E_4)'(E_2E_5)'E_1E_3E_5+(E_1E_4)'(E_2E_5)'(E_1E_3E_5)'E_2E_3E_4$
- $F=E_1E_4+(E_1E_4)'E_2E_5+(E_4)'(E_2)'E_1E_3E_5+(E_1)'(E_5)'(E_1E_5)'E_2E_3E_4$
- $P=P_1P_4+(1-P_1P_4)P_2P_5+(1-P_4)(1-P_2)P_1P_3P_5+(1-P_1)(1-P_5)P_2P_3P_4$

Алгоритм ортогонализации Порецкого, вариант II

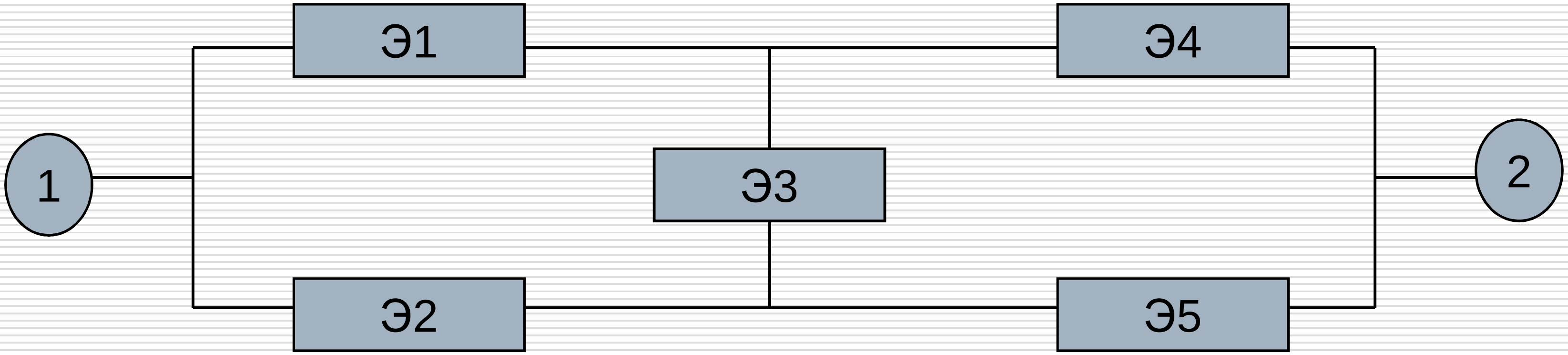
- Сводит ФРС к форме №2
- $F=T_1+T_2+\ldots+T_n$, T - термы по возрастанию рангов
- $F=T_1+T_1'T_2+T_1'T_2'T_3+\ldots+T_1'T_2'T_{n-1}'T_n$
- Из термов под инверсией могут быть исключены все множители, повторяющиеся в терме без инверсии; часть термов также может быть поглощена
- При $T_i=E_1E_2E_3$ T_i' раскрывается по принципу: $T_i'=E_1'+E_1E_2'+E_1E_2E_3'$

Алгоритм Порецкого II – пример



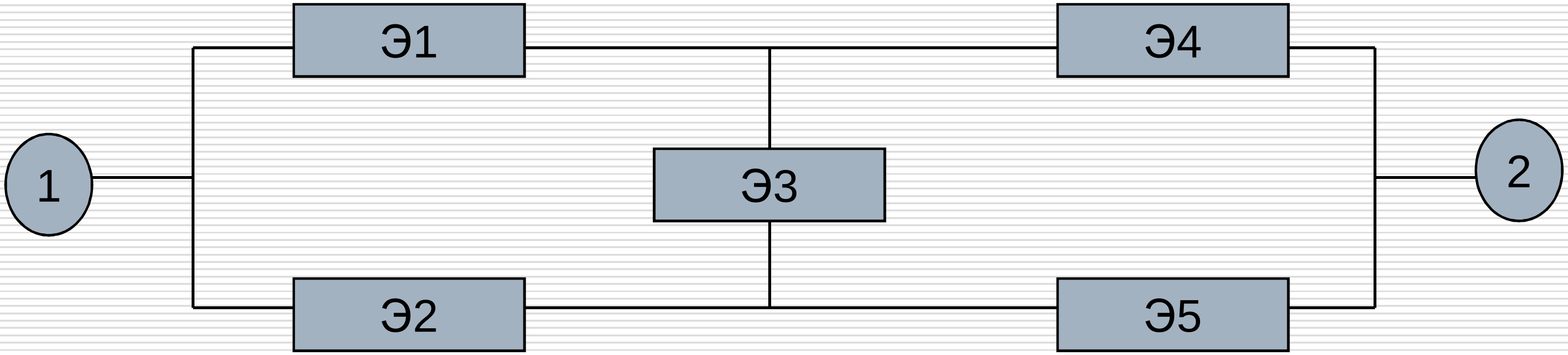
- $F=E_1E_4+E_2E_5+E_1E_3E_5+E_2E_3E_4$
- $F=E_1E_4+(E_1E_4)'E_2E_5+(E_1E_4)'(E_2E_5)'E_1E_3E_5+(E_1E_4)'(E_2E_5)'(E_1E_3E_5)'E_2E_3E_4$

Алгоритм Порецкого II – пример



- $F=E_1E_4+E_2E_5+E_1E_3E_5+E_2E_3E_4$
- $F=E_1E_4+(E_1E_4)'E_2E_5+(E_1E_4)'(E_2E_5)'E_1E_3E_5+(E_1E_4)'(E_2E_5)'(E_1E_3E_5)'E_2E_3E_4$
- $F=E_1E_4+(E_1'+E_1E_4')E_2E_5+(E_4)'(E_2)'E_1E_3E_5+(E_1)'(E_5)'E_2E_3E_4$

Алгоритм Порецкого II – пример

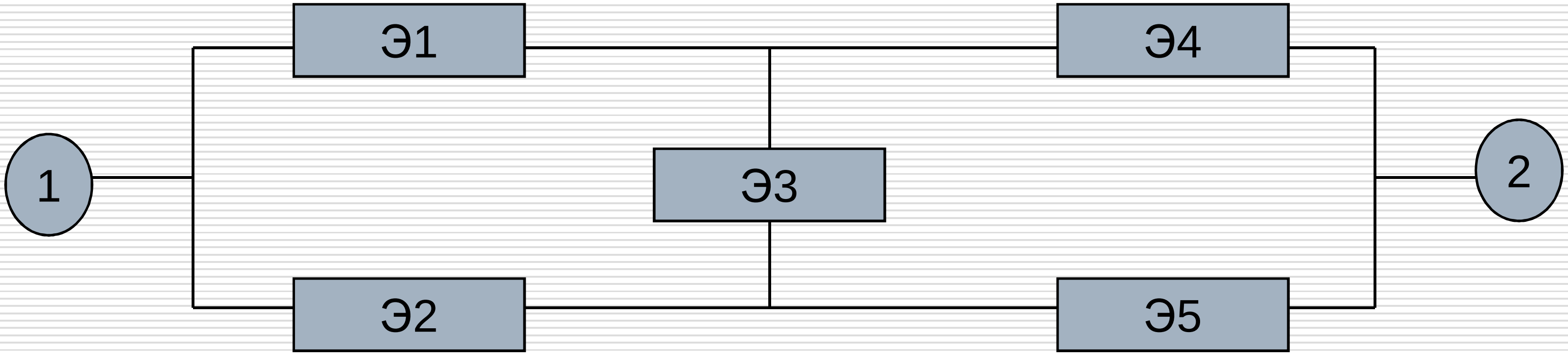


- $F=E_1E_4+E_2E_5+E_1E_3E_5+E_2E_3E_4$
- $F=E_1E_4+(E_1E_4)'E_2E_5+(E_1E_4)'(E_2E_5)'E_1E_3E_5+(E_1E_4)'(E_2E_5)'(E_1E_3E_5)'E_2E_3E_4$
- $F=E_1E_4+(E_1'+E_1E_4')E_2E_5+(E_4)'(E_2)'E_1E_3E_5+(E_1)'(E_5)'E_2E_3E_4$
- $F=E_1E_4+E_1'E_2E_5+E_1E_4'E_2E_5+E_4'E_2'E_1E_3E_5+E_1'E_5'E_2E_3E_4$
- $P=P_1P_4+(1-P_1)P_2P_5+P_1P_2(1-P_4)P_5+(1-P_4)(1-P_2)P_1P_3P_5+(1-P_1)(1-P_5)P_2P_3P_4$

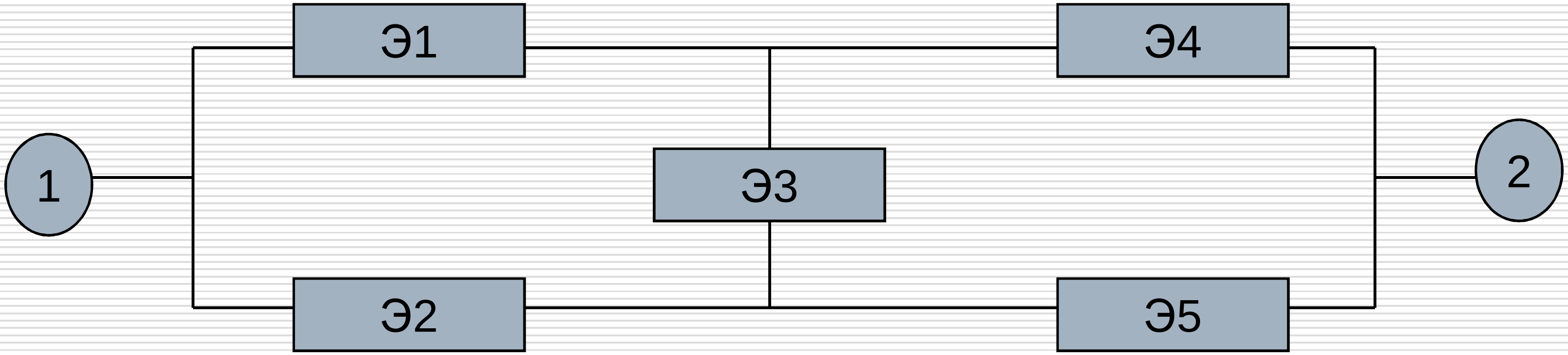
Алгоритм на основе карт Карно

- Сводит ФРС к форме №2
- Необходимо построить обычную карту Карно
- После чего сформировать склейки так, чтобы покрывать ими все единицы и так, чтобы склейки **не пересекались**

Алгоритм на основе карт Карно – пример

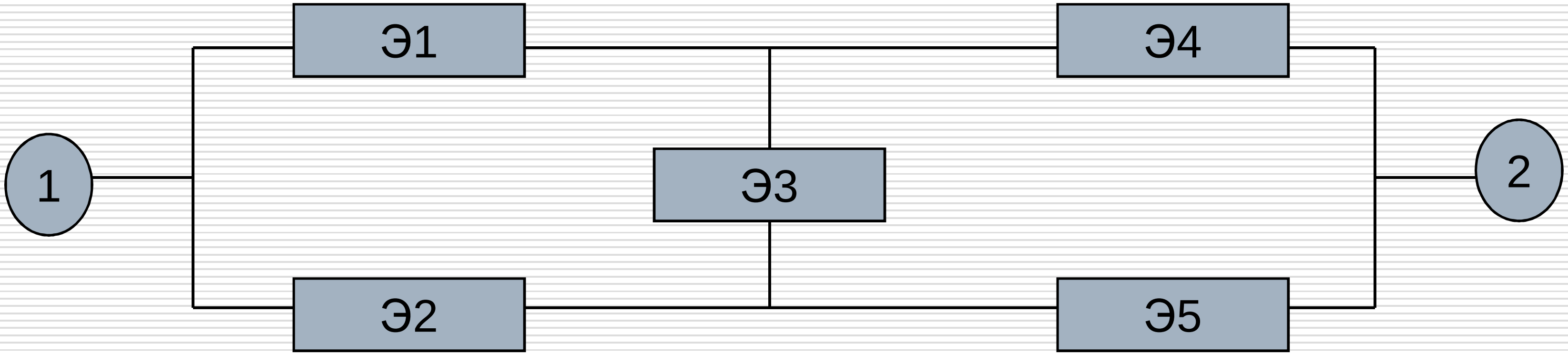


Алгоритм на основе карт Карно – пример



$E_5E_4 \backslash E_3E_2E_1$	000	001	011	010	110	111	101	100
00								
01		1	1		1	1	1	
11		1	1	1	1	1	1	
10			1	1	1	1	1	

Алгоритм на основе карт Карно – пример



- $F=E_2E_5+E_1E_2'E_4+E_1E_2E_4E_5'+E_1'E_2E_3E_4E_5'+E_1E_2'E_3E_4'E_5$
- $P=P_2P_5+P_1(1\text{-}P_2)P_4+P_1P_2P_4(1\text{-}P_5)+(1\text{-}P_1)P_2P_3P_4(1\text{-}P_5)+P_1(1\text{-}P_2)P_3(1\text{-}P_4)P_5$

Лабораторная работа

1. Дано словесное описание системы
2. Составить функцию работоспособного состояния
3. Составить по ней BDD и перейти к вероятностной функции
4. Применить один из логико-вероятностных методов и перейти к вероятностной функции
5. Задать описание системы с помощью Digitek Reliability Analyzer, получить вероятностную функцию
6. Сравнить результаты пп. 3, 4, 5
7. Оформить отчет